

SEMINARIO DE PENSIONES 2011

Construcción de Tablas de Rotación Mediante Estadística No-Paramétrica

**Act. Carlos Lozano Nathal, FCA
Abril 8, 2011.**

Puntos de la presentación:

- ❖ **Justificación y planteamiento del problema.**
- ❖ **Diseño de la investigación.**
- ❖ **Datos fuente.**
- ❖ **Resultados.**
- ❖ **Conclusiones y futuras líneas de acción.**

Justificación y planteamiento del problema (justificación):

En las valuaciones actuariales de pensiones y pasivos laborales, se incluyen causas de “retiro” y de “terminación”, por lo que la rotación es de gran importancia. Como ejemplo:

	<u>Mortalidad (UP-84)</u>	<u>Rotación (usual)</u>
q_{20}	.001311	.2400
q_{30}	.001111	.1360

**Sub-estimar la rotación eleva los costos de pensiones (retiro) pero aumenta los de terminación (Indem. Legal)
Sobre-estimar la rotación produce efectos contrarios.**

Justificación y planteamiento del problema (justificación):

En consecuencia, la rotación puede producir volatilidad en los costos actuariales de “retiro” o de “terminación”, afectando los estados financieros de la empresa.

EJEMPLO:

Pago ESPERADO

de beneficios: \$ 2,525,300

Pagos REALES: \$ 3,873,100

Diferencia (\$ 1,347,800) PÉRDIDA ACTUARIAL

¡ 53.37% de los pagos esperados!

Justificación y planteamiento del problema (un ejemplo):

	20		23
Vida Laboral Promedio Remanente (Activos)	20		23
Expectativa de Vida Remanente (Pensionados)	0		0
	Real al 31 - XII - 2006	Proyectado al 31 - XII - 2007	Real al 31 - XII - 2007
1 OBD	\$19,351,655	\$22,002,517	\$21,000,000
OBnA	\$14,593,699	\$16,592,799	\$13,486,164
OBA	\$4,757,956	\$5,409,719	\$7,513,836
2 Activos del Plan	\$9,000,000	\$12,275,137	\$8,000,000
Valor Presente de los Reembolsos Futuros	\$0	\$0	\$0
OBANF no reconocida	\$0	\$0	\$0
3 Situación del Plan (1 - 2)	\$10,351,655	\$9,727,380	\$13,000,000
Partidas Pendientes de Amortizar			
4 Pasivo de Transición Inicial (o Activo)	\$1,000,000	\$500,000	\$500,000
5 Costo de Laboral de Servicio Pasado (o Activo)	\$0	\$0	\$0
6 Pérdidas Actuariales (o Ganancias)	\$3,757,956	\$3,666,816	\$5,600,531
9 Pasivo Neto Proyectado (o Activo) (3 - 4 - 5 - 6)	\$5,593,699	\$5,560,564	\$6,899,469
Componentes del Costo Neto del Periodo (o Ingreso)			
10 Costo Laboral del Servicio Actual		\$975,110	
11 Costo Financiero		\$1,775,752	
12 Rendimiento Esperado de los Activos del Plan		(\$1,036,232)	
Amortización de:			
13 Pasivo de Transición Inicial (o Activo)		\$500,000	
14 Costo de Laboral de Servicio Pasado (o Activo)		\$0	
15 Pérdidas Actuariales (o Ganancias)		\$91,140	
16 Efecto de Reducciones o Liquidaciones		\$0	
17 Costo Neto del Periodo (o Ingreso) (suma de 10 a 16)		\$2,305,770	
18 Contribución Esperada		\$2,338,905	
19 Contribución		\$1,000,000	
20 Pago Esperado de Beneficios		\$100,000	
21 Pago de Beneficios		\$95,428	

52.71%

Justificación y planteamiento del problema (planteamiento):

Salidas y Entradas: Intercambio de personas entre la organización y el ambiente, se define por el número de personas que ingresan y salen de la organización [Chiavenato, 1994].

Proceso en el que los empleados dejan la organización y tienen que ser reemplazados [Mathis y Jackson 1999].

Salidas: Separación (voluntaria o involuntaria) de empleados de una organización [BLS10].

Chiavenato, I., Recursos Humanos, 1994

Mathis, R. y Jackson, J. Human Resource Management, 1999

BUREAU OF LABOR STATISTICS, EUA, <http://www.bls.gov/bls/glossary.htm>, 2010

Justificación y planteamiento del problema (planteamiento):

Diferencias de conceptualización:

Decrementos		Ley Federal del Trabajo	NIF D-3
(τ) Totales	(m) Muerte	Terminación	Terminación
	(i) Invalidez		
	(t) Terminación	Rescisión	Retiro
	(r) Retiro		

Diseño de la investigación:

La rotación es un fenómeno en el que influye la edad de la persona y su antigüedad, por lo que es conveniente analizar la “exposición al riesgo” de la población objeto.

Se desea obtener una tasa de “rotación base” que pueda ser fácilmente graduada a cada caso y refleje el fenómeno con mayor exactitud a la vez que minimice las ganancias/pérdidas actuariales

Se pueden aplicar “modelos de supervivencia” para el análisis de la rotación.

Diseño de la investigación (selección del modelo) .

Modelo descripción matemática simplificada
construida con datos pasados en com-
binación con conocimiento y expe-
riencia [Klugman, et al. 2008]

Selección basada en el balance entre *ajuste y
simplicidad*

Diseño de la investigación (selección del modelo) .

Proceso de selección:

- ❖ Elección de modelos
- ❖ Calibración basada en datos disponibles
- ❖ Validación (pruebas estadísticas)
- ❖ Considerar otros modelos posibles
- ❖ Selección del modelo
- ❖ Adecuación para el futuro

Diseño de la investigación (modelos de sobrevivencia): .

Modelos de sobrevivencia

- ❖ Analizan el tiempo al evento de estudio (muerte, falla, ...)
- ❖ Relacionados con Procesos de Conteo (Poisson, ...)

Características de datos

- ❖ Completos o incompletos (truncados y/o censurados)
- ❖ Punto a punto o agrupados en intervalos

Diseño de la investigación (tipos de modelos): .

No paramétricos:

Estimador Empírico

Estimador de Momento

Estimador de Kaplan – Meier (Producto-Límite)

Estimador de Nelson - Åalen

Semiparamétricos:

Estimador de Densidad de Kernel

Estimador de Riesgos Proporcionales de Cox

Paramétricos:

Weibull, Exponencial, Gamma, Log Logística,

Lognormal, Gamma generalizada, Pareto

Gompertz, Makeham, ...

Modelos lineales generalizados (Modelo Logit)

Diseño de la investigación

(ejemplo ilustrativo del estimador de Kaplan-Meier):

Permanencia por generación		
Año	2008	2009
0	10	20
1	8	17
2	7	

Queremos la estimación de la proporción de casos que permanecen por dos años o más:

$$P[X \geq 2] = \hat{S}(2) = \frac{7}{10} = 0.70$$

Kaplan-Meier utiliza la segunda muestra, por un año, para contribuir a la estimación:

$$\begin{aligned} P[X \geq 2] &= P[X \geq 2 | X \geq 1] \cdot P[X \geq 1] \\ \hat{S}(2) &= \hat{S}(2|1) \cdot \hat{S}(1) \\ &= \frac{7}{8} \cdot \frac{8+17}{10+20} \\ &= 0.73 \end{aligned}$$

Diseño de la investigación (modelos empleados):

Estimador Empírico (Tasas brutas)

d_x = número de salidas totales en $[x, x+1)$

n_x = número de casos expuestos en $[x, x+1)$

$$\hat{q}_x^{(\tau)} = \frac{d_x}{n_x}$$

Estimador de Momento para datos incompletos

$0 \leq r_j < 1$ = fracción de tiempo de entrada en $[x, x+1)$

$0 < s_j \leq 1$ = fracción de tiempo programado de salida en $[x, x+1)$

$$\hat{q}_x^{(\tau)} = \frac{d_x}{\sum_{j=1}^{n_x} (s_j - r_j)}$$

Estimador de Kaplan-Meier para conjuntos de datos grandes incompletos

e_x = número de observaciones truncadas en $[x, x+1)$

d_x = número de salidas totales sin censura en $(x, x+1]$

u_x = número de observaciones censuradas en $(x, x+1]$

$$\hat{q}_x^{(\tau)} = \frac{d_x}{\frac{e_x - u_x}{2} + \sum_{i=14}^{x-1} [e_i - (d_i + u_i)]}$$

Datos fuente:

Este estudio:

209 empresas (e) del sector privado de diferentes tamaños e industrias en el período (p) 2002-2010_{agosto} (algunas aportaron datos de un año y otras de ocho años)

144,000 años (a) laborales aproximados

71,508 registros cruzados y validados

Otros estudios similares:

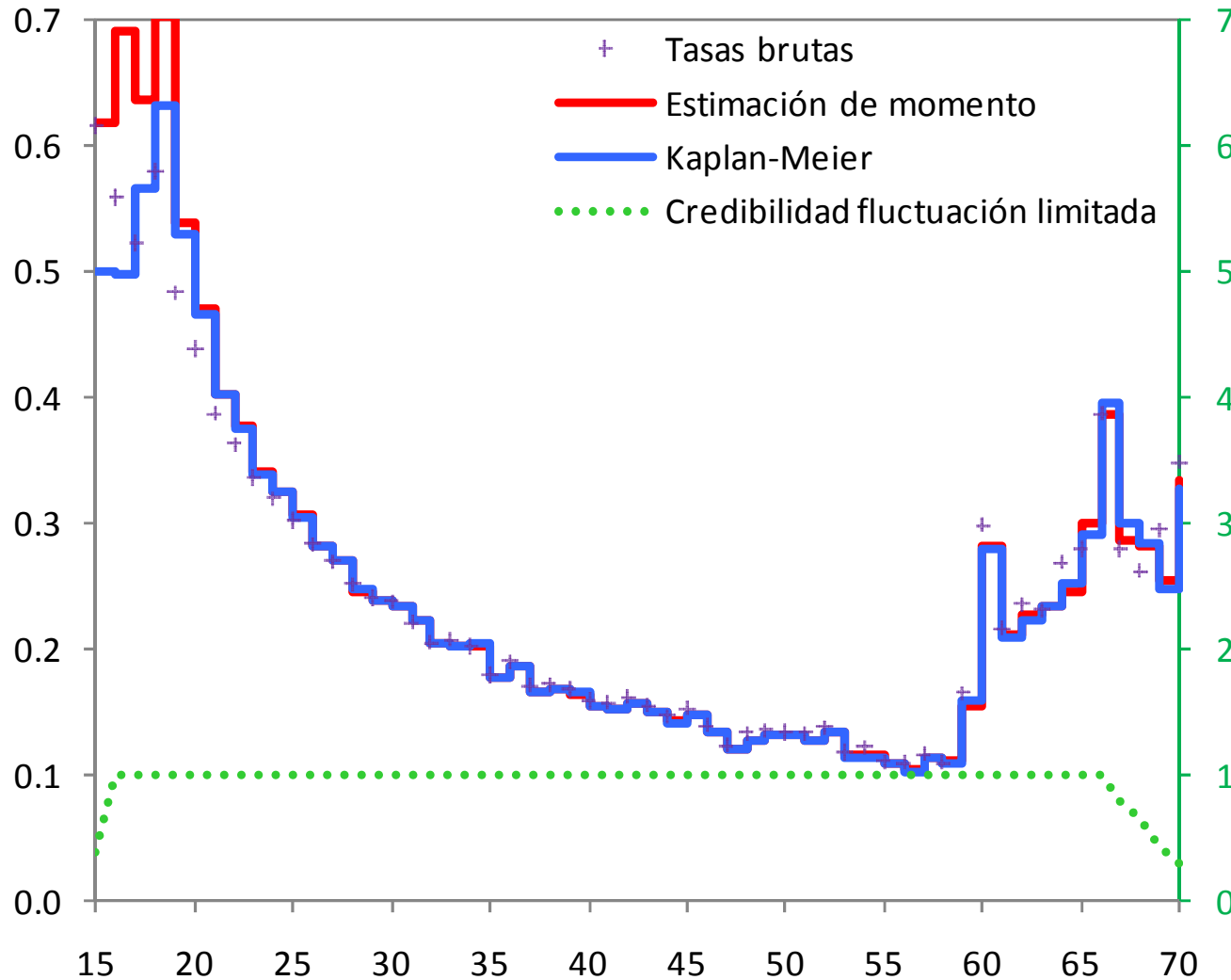
Society of Actuaries 1997 (e;p;a) = (38 ; 1989-1994 ; 3,065,000)

Society of Actuaries 2003 (e;p;a) = (41 ; 1994-2000 ; 1,700,000)



Resultados (1):

Estimadores de rotación por edad ($\hat{q}_x^{(\tau)}$)



Estabilidad estadística

$$P\left[\frac{|\hat{q}_x^{KM} - q_x|}{q_x} \leq r\right] \geq p$$

valores
comunes

$r = 5.0\%$
 $p = 90.0\%$

valores
mostrados

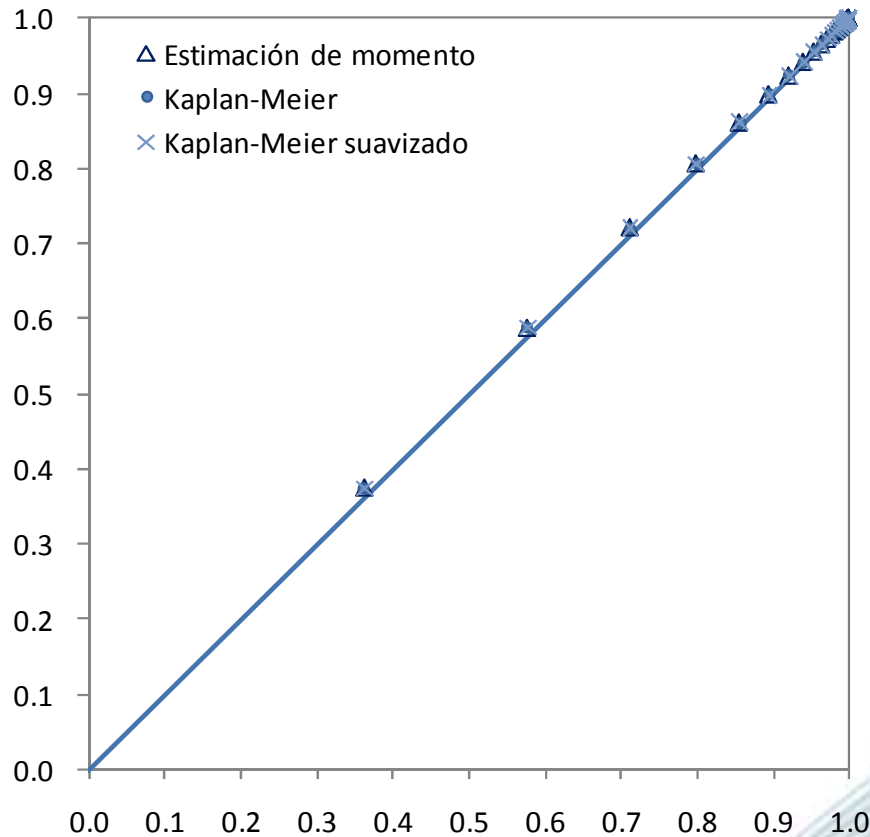
$r = 3.5\%$
 $p = 99.5\%$

Nota: factor de credibilidad en eje "y" secundario



Resultados (2) Validación y selección:

Ploteo p-p para estimadores de KM y de Momento



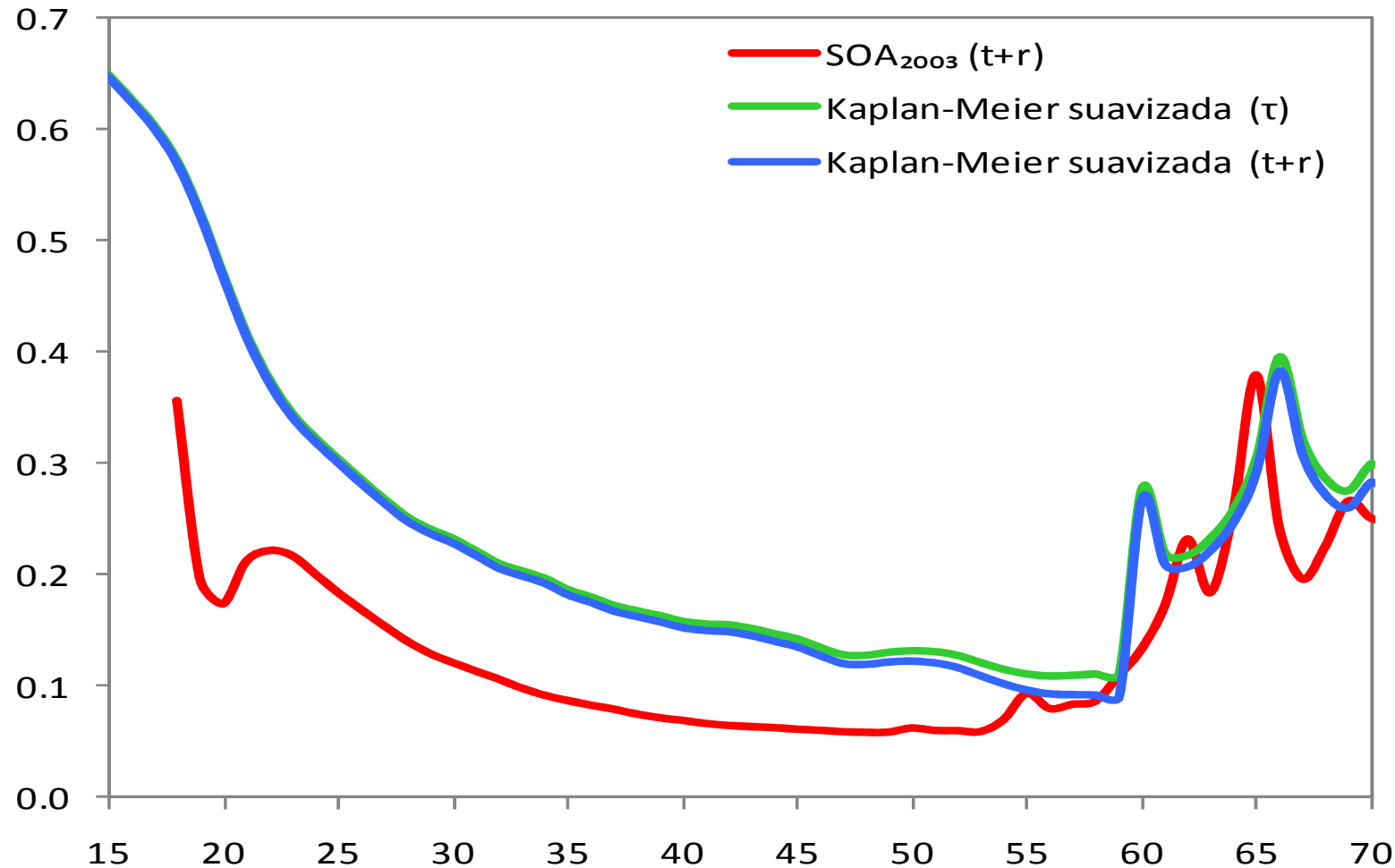
Pruebas de Kolmogorov-Smirnov y χ^2

Estadístico	Estimación de momento	Kaplan-Meier	Kaplan-Meier suavizado
Kolmogorov-Smirnov	0.3762	0.3753	0.3740
χ^2	93.9833	93.1984	117.0293

- Ambos modelos son aceptables
- Se selecciona el de Kaplan-Meier por tener mayor ajuste y menor complejidad de cálculo
- Por estudiar una secuencia de estimadores (por edad) se empleó una suavización o graduación con trazadores cúbicos

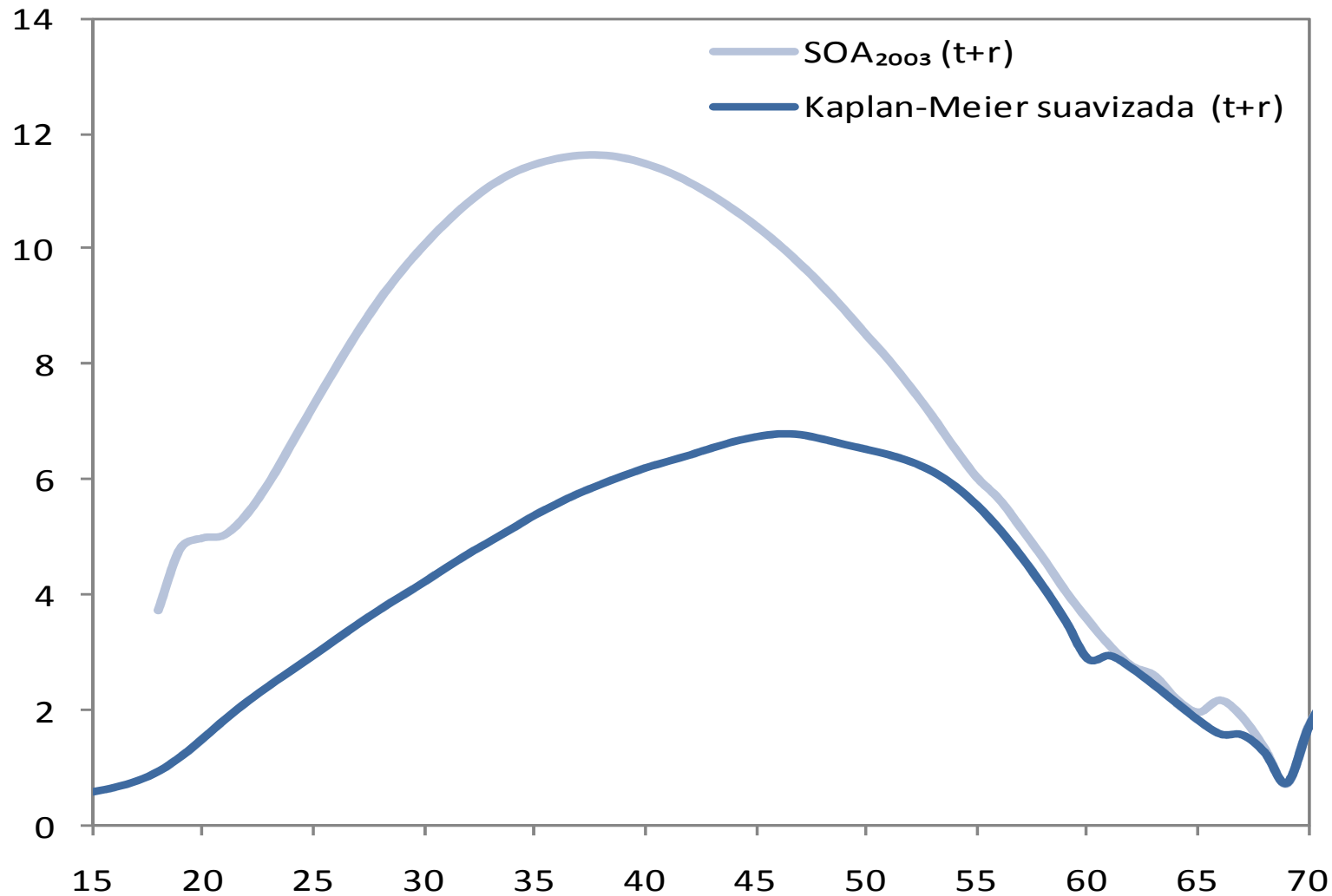
selección y comparación:

Comparación de tablas de rotación por edad ($\hat{q}_x^{(t+r)}$)



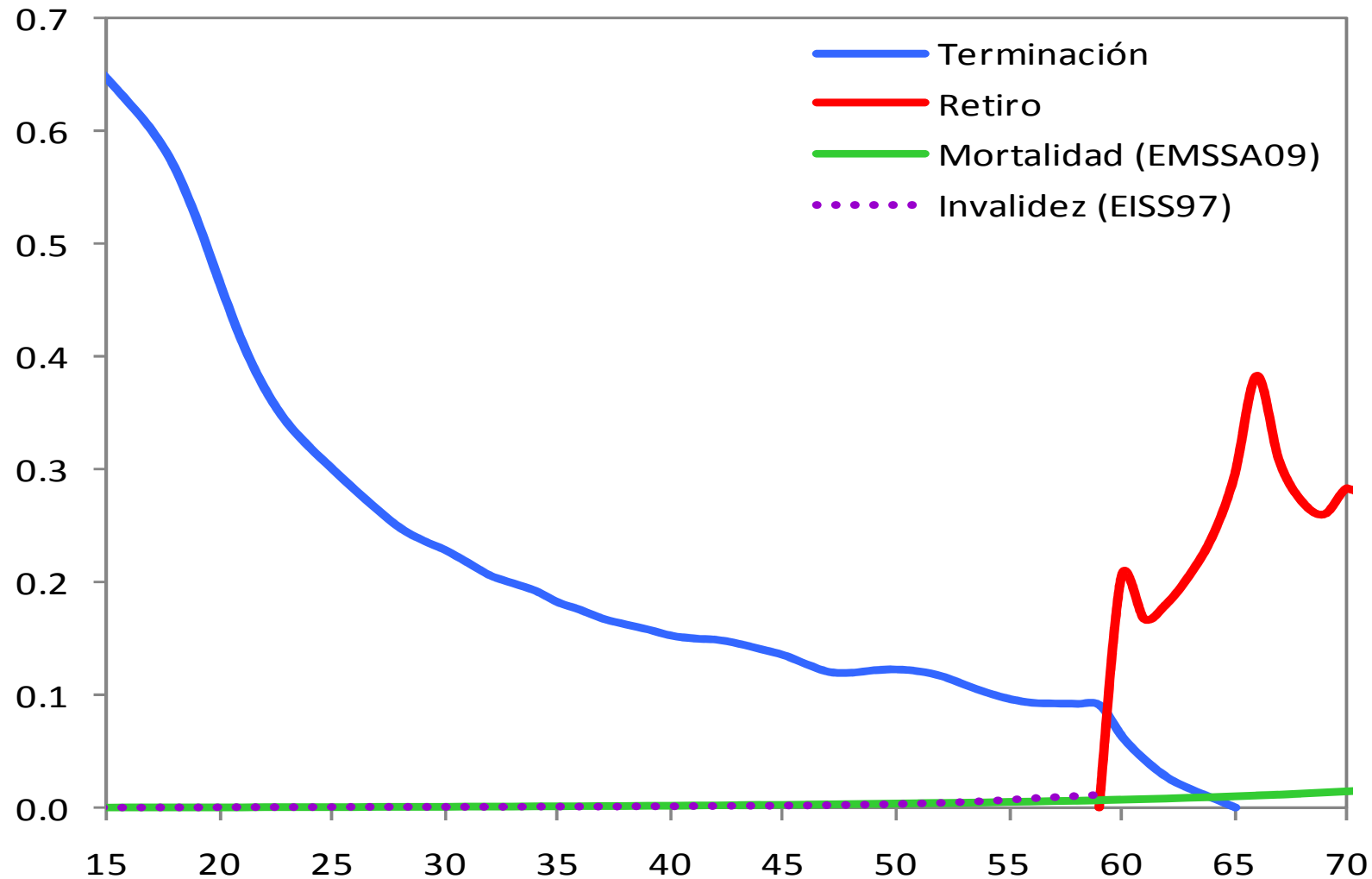
selección y comparación:

Años de servicio esperados por edad ($e_x^{(t+r)}$)



Comparación por decrementos:

Separación por decrementos



<u>X</u>	<u>q_x (N10)</u>	<u>Tasa Usual</u>	<u>Diferencia %</u>
20	.46541	.24000	+93.92%
30	.22822	.13600	+67.80%

Nota:

Los resultados N10 (básica) comparan favorablemente con dos estudios de firmas actuariales (uno publicado y otro no).

Ventajas y limitaciones:

Ventajas

Construcción de modelos con poca información

Explotación de datos incompletos

Mayor ajuste que con modelos paramétricos

Pueden construirse en hojas de cálculo

Limitaciones

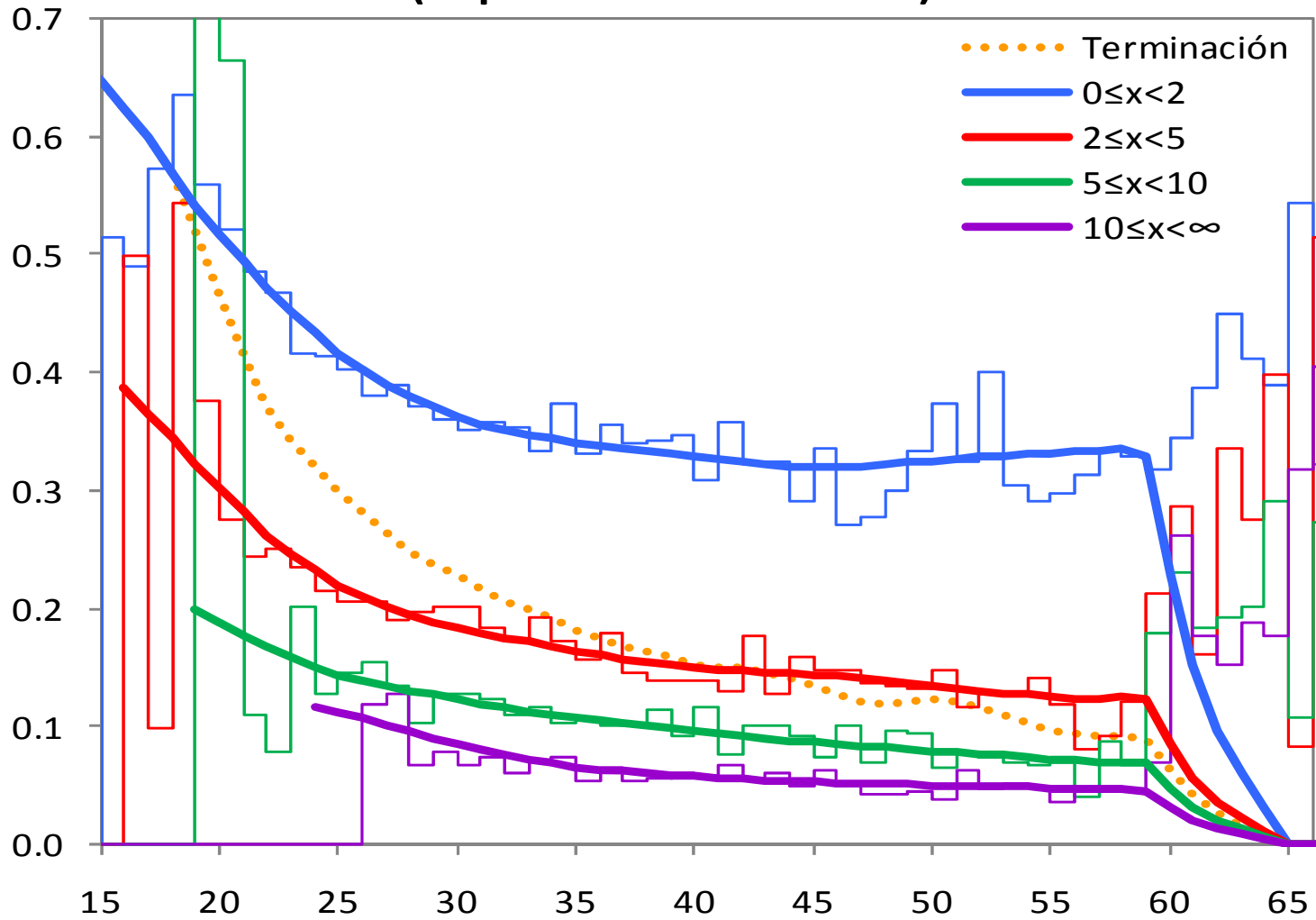
Los resultados dependen de la calidad y la cantidad de datos

Cuando la información no cuenta con causas de salida, se deben emplear cálculos extras para la separación de decrementos



Más resultados ... :

Terminación por edad y antigüedad ($\hat{q}_{x,y}^{(t)}$)
(Kaplan-Meier Bivariado)





Conclusiones y líneas de acción:

- ❖ Con suficiente información se pueden emplear varios modelos con buenos resultados.
- ❖ Para el presente análisis, los estimadores de Kaplan-Meier presentaron cálculos más sencillos y se ajustaron mejor.
- ❖ Se debe considerar la separación de rotación por decrementos.
- ❖ Cada organización tiene una composición de empleados casi única, por lo que debe tener su propia estimación de rotación.



Conclusiones y líneas de acción:

Líneas de acción:

- ❖ **Revisión anual para análisis de dinámica de rotación.**
- ❖ **Calibración de tablas de rotación para cada organización.**
- ❖ **Mayor explotación de Teoría de la Credibilidad.**
- ❖ **Mayor ajuste con modelos lineales generalizados cuando sea conveniente.**



¡TEAM!

¡ GRACIAS !
